

Recensione del libro:

**Facchini, C., & Lanconelli, E. (2021). *Un cammino tra massimi e minimi: ciottoli e sorgive di calcolo infinitesimale*. Bologna: Pitagora.**

di:

Bruno D'Amore e Martha Isabel Fandiño Pinilla.

Il *contenuto* di questo denso e piacevole libro è laconicamente ma chiaramente descritto in copertina:

Raggi luminosi. Isoperimetri. Disuguaglianze geometriche. Polinomi e funzioni convesse:

un calcolo infinitesimale senza infinitesimi.

La frase finale sembra uno scherzo, ma vedremo che non è così, è proprio la verità...

Ma il *modo* nel quale si presenta questo volume è ben descritto nel titolo, che potrebbe lasciare perplessi: “ciottoli e sorgive”. Visto che si tratta di un “cammino”, ipotizziamo che esso avvenga non su una strada lastricata ma lungo un sentiero nel bosco. Il viandante vi incontra dunque “ciottoli” che possono essere anche interpretati come asperità; e “sorgive” cioè piccoli affioramenti di acque sotterranee, minuscole sorgenti, come capita appunto nei viottoli nei boschi, specie se di montagna ...

La metafora si svela da sé, non appena ci si inoltra nel viottolo, pardon, nella lettura ...

Sorprende piacevolmente il rinvio colto e raffinato continuo, fra risultati matematici del recente passato e informazioni storiche sulla base delle quali tali risultati sono fondati; man mano che si procede si ha la bella meraviglia, la piacevole sorpresa, la culturalmente ghiotta occasione di un'allusione continua a risultati di base, anche del passato antico, fino alla cultura matematica attesa, quella di base dei tempi nostri.

L'indice del libro, cioè il sunto dei contenuti, è presto fatto.

- Medie geometriche, medie aritmetiche, come base dei problemi isoperimetrici (e qui si trova di tutto, come base appunto, perfino la famosa dimostrazione del presidente USA Garfield del teorema di Pitagora e il teorema di Erone, una bella passeggiata storica avvincente).
- Medie in due variabili e disuguaglianze classiche significative, e ancora Erone.
- Proprietà classiche isoperimetriche dei poligoni regolari; con spunti storici basati sui lavori di Zenodoro, Brahamagupta e Bretschneider.
- Continuità e completezza, con ovvie citazioni di Dedekind.
- Analisi infinitesimale algebrica delle funzioni polinomiali, con richiami a Ruffini, Rolle e Weierstrass.
- Funzioni convesse e analisi infinitesimale geometrica. Attraente in particolare il paragrafo sui minimi delle funzioni convesse, con un riferimento a metodi che richiamano Fermat.
- Medie in più variabili, presentazione della disuguaglianza di Young.
- Studio delle riflessioni che chiama in causa specchi di diverse forme geometriche; ma anche sulla rifrazione, nella quale si cita la legge di Snell e, a mo' di esercizio, la proposta del famoso “problema del bagnino” lanciato da Feynman.

Ce n'è per tutti, con estrema attenzione ai dettagli, con mille figure che illustrano ogni minimo passaggio, alcune anche a colori.

L'attenzione per così dire didattica è formidabile, colta, profonda, generosa, attenta; il processo esplicativo non lascia nulla al caso o alla sola intuizione: il lettore è

accompagnato in questo “cammino” (non dimentichiamo la metafora) passo dopo passo, da due esperte guide alpine ... Un altro grande aiuto didattico è costituito dal sempre presente paragrafo che chiude ciascun capitolo, dedicato alla proposta, formulazione e risoluzione di esempi (mai banali) dei contenuti appena trattati.

Ma, finalmente: che cosa significava quella strana frase scorta in copertina: “un calcolo infinitesimale senza infinitesimi”?

Prima di rispondere, riteniamo necessaria una breve premessa.

Proprio recentemente noi prefattori abbiamo scritto in un articolo e sostenuto in conferenze che uno dei concetti più diabolicamente complicati della matematica è quello di limite. Lo studente impara a memoria la sua definizione, la ripete anche bene al proprio docente che gliela chiede, ma ... capirla è altra cosa. Con esempi tratti dalla ricerca didattica in aula, illustravamo che si tratta di uno dei concetti più sottilmente complessi dell'intero edificio matematico e arrivavamo ad affermare che riteniamo che la quasi totalità degli studenti non riesce a farsi una costruzione cognitiva significativamente corretta di quell'oggetto matematico misterioso.

E allora, che dire della bella sorpresa nel vedersi scritto dai nostri due autori, Christian ed Ermanno, che essi sono stati condotti “a sviluppare un calcolo infinitesimale per le funzioni polinomiali e per le funzioni convesse che ha il pregio di non richiedere l'uso degli infinitesimi; precisamente un calcolo differenziale che non esige la complessa nozione di limite, ma soltanto la proprietà di continuità della retta reale”. Sembra un sogno: ma allora siamo sulla stessa linea didattica! Ne siamo felici.

Ma chi è il destinatario di questo testo?

Secondo noi è un libro piacevole e dotto che, proprio per le particolarità e le peculiarità dette finora, può essere letto da tutti i curiosi, basta che possiedano le competenze di base espresse sopra. E poi, in particolare, lo raccomandiamo a quei docenti che si preparano a tenere corsi su questi temi; agli studenti universitari che debbano affrontare questi temi e che vogliano vederne tutti gli aspetti, anche i più elementari. Lo vediamo bene anche come libro di collegamento fra scuola secondaria di II grado e facoltà scientifiche universitarie; in molti altri testi abbiamo visto questi temi accennati o trattati quasi con sufficienza; qui se ne vede bene il senso, la base, lo sviluppo storico, matematico ma anche didattico. Gli autori accompagnano il lettore passo dopo passo, sembra quasi che lo vogliano convincere.

Un libro avvincente, dunque, che raccomandiamo con entusiasmo.