

313. Fandiño Pinilla, M. I. (2020). Storia della matematica in aula e ostacoli epistemologici. In B. D'Amore & S. Sbaragli (2020), *Didattica della matematica, disciplina scientifica per una scuola efficace*. Atti del XXXIV Convegno Nazionale *Incontri con la matematica*, Castel San Pietro, 6-8 novembre 2020. (Convegno in videoconferenza). Pp. 75-76. Bologna: Pitagora.

Storia della matematica in aula e ostacoli epistemologici

Martha Isabel Fandiño Pinilla

NRD Nucleo di Ricerca in Didattica della Matematica, Università di Bologna

Nella teoria delle situazioni ideata da Guy Brousseau negli anni '70, ha un ruolo fondamentale l'idea di "ostacolo", come di qualsiasi cosa che si frapponga all'apprendimento. Si può pensare che un ostacolo è costituito da un'idea matematica che, al momento della formazione di un concetto, è stata efficace per affrontare dei problemi precedenti, ma che si rivela fallimentare quando si tenta di applicarla a un problema/tema nuovo. Visto il successo ottenuto (anzi: a maggior ragione a causa di questo), si tende a conservare l'idea già acquisita e comprovata e, nonostante il fallimento, si cerca di salvarla; ma questo fatto finisce con l'essere una barriera verso successivi apprendimenti. Nella necessità didattica di superare tali ostacoli, si studiano situazioni didattiche strutturate appositamente per fornire agli allievi prove della necessità di modificare le loro concezioni. Un ostacolo epistemologico finisce talvolta con il provocare ostacoli didattici, perché il docente cerca strumenti agili e utili per evitare quegli errori detti sopra che, invece, sono naturali. In teoria delle situazioni si distinguono tre tipi di ostacoli, ma qui ci occuperemo solo della III tipologia: gli ostacoli epistemologici.

Ogni argomento a carattere matematico ha un proprio statuto epistemologico che dipende dalla storia della sua evoluzione all'interno della matematica, dalla sua accettazione critica nell'ambito accademico, dalle riserve che gli sono proprie, dal linguaggio in cui è espresso o che richiede per potersi esprimere. Per esempio, quando nella storia dell'evoluzione di un concetto si individua una non continuità, una frattura, cambi radicali di concezione, allora si suppone che quel concetto abbia al suo interno *ostacoli di carattere epistemologico* sia nell'essere concepito, sia nell'essere accettato dalla comunità dei matematici, sia nell'essere appreso. Quest'ultimo punto si manifesta, per esempio, sotto forma di errori ricorrenti e tipici di vari studenti, in diverse classi, stabili negli anni. Abbiamo al giorno d'oggi moltissimi esempi di ostacoli epistemologici, una bibliografia sterminata. Trovo affascinante il fatto che gli ostacoli epistemologici, data la loro natura, si possano rivelare in due modalità, entrambe di estremo interesse: nello studio della storia della matematica; nella ripetizione costante di certi errori in aula.

Come dire, un parallelo fra la storia della matematica e la prassi scolastica.

Proprio il fascino per questo aspetto mi ha spinto a esemplificare, cosa che farò brevemente di seguito. Metterò in evidenza sotto forma di esempi solo alcuni aspetti didattici e non quelli storici, che sarebbero in verità di estremo interesse.

1. Scuola secondaria di I e II grado. Il successivo di $3,25$ è... Siamo in \mathbb{Q} , denso, dunque il successivo di $3,25$ non esiste, ogni risposta è errata. Per esempio, se la proposta è $3,26$, basta mostrare che fra $3,25$ e $3,26$ ci sono altri (infiniti) numeri razionali. Ma in \mathbb{N} il successivo di un numero esiste sempre, unico.

2. Scuola secondaria di II grado. \mathbb{Z} ha il doppio di elementi di \mathbb{N} . Ciò dipende dal fatto che le rappresentazioni di \mathbb{N} e \mathbb{Z} sulla retta numerica sono sempre fatte secondo i rispettivi cosiddetti "ordini naturali", irrinunciabili e unici. Allo stesso tempo \mathbb{N} e \mathbb{Z} sono infiniti

(non si dimostra, si confondono infinità e illimitatezza). Se si riesce a far capire che \mathbb{N} e \mathbb{Z} hanno la stessa cardinalità, ciò viene giustificato grazie all'appiattimento: tutti gli insiemi infiniti si possono mettere in corrispondenza biunivoca tra loro, dunque esiste un solo infinito.

3. Scuola secondaria di I e II grado, università. Alla fine del percorso scolastico abbiamo dovuto constatare che il numero zero è un oggetto stravagante, con peculiarità tali da farlo assurgere a ente quasi estraneo alla matematica. 0 ha un suo ruolo epistemologico assai particolare nella didattica (e nella storia). Abbiamo anche sentito dire che: 0 non è un numero, non è nulla, è il vuoto.

4. Scuola secondaria di I e II grado. Per millenni le equazioni furono considerate strumenti per determinare misure o quantità. Passare allo studio di questo tema come oggetto è sempre difficile, come lo è stato nella storia giustificare uno studio dell'equazione in sé. Spesso gli studi che si propongono in aula, per esempio analizzare le equazioni in sé, come oggetto, trovano difficoltà.

5. Scuola secondaria di II grado e università. Il tema delle funzioni è uno dei più ostici sia nella storia della matematica che nella prassi didattica. Esistono fior di ricerche in didattica della matematica su questo tema. Talvolta le definizioni che vengono date non aiutano a capire il senso di questo oggetto complicato.

Per affrontare con consapevolezza ciò, è bene conoscere elementi opportuni di storia della matematica (D'Amore & Sbaragli, 2017, 2018, 2019, 2020).

Bibliografia

D'Amore, B., & Sbaragli, S. (2017). *La matematica e la sua storia*. Vol. I. *Dalle origini al miracolo greco*. Bari: Dedalo.

D'Amore, B., & Sbaragli, S. (2018). *La matematica e la sua storia*. Vol. II. *Dal tramonto greco al Medioevo*. Bari: Dedalo.

D'Amore, B., & Sbaragli, S. (2019). *La matematica e la sua storia*. Vol. III. *Dal Rinascimento al XVIII secolo*. Bari: Dedalo.

D'Amore, B., & Sbaragli, S. (2020). *La matematica e la sua storia*. Vol. IV. *Dal XVIII al XXI secolo*. Bari: Dedalo.

Parole chiave: ostacoli epistemologici; teoria delle situazioni; storia della matematica; aula; oggetti matematici.