111. Fandiño Pinilla M.I. (2006). Trasposizione, ostacoli epistemologici e didattici: quel che imparano gli allievi dipende da noi. Il caso emblematico di frazioni, area e perimetro. In: Sbaragli S. (ed.) (2006). *La matematica e la sua didattica, vent'anni di impegno*. Atti del Convegno Internazionale omonimo, Castel San Piretro Terme (Bo), 23 settembre 2006. Bologna: Pitagora. 117-120.

Trasposizione, ostacoli epistemologici e didattici: quel che imparano gli allievi dipende da noi.

Il caso emblematico di frazioni, area e perimetro.

Martha Isabel FandiñoPinilla

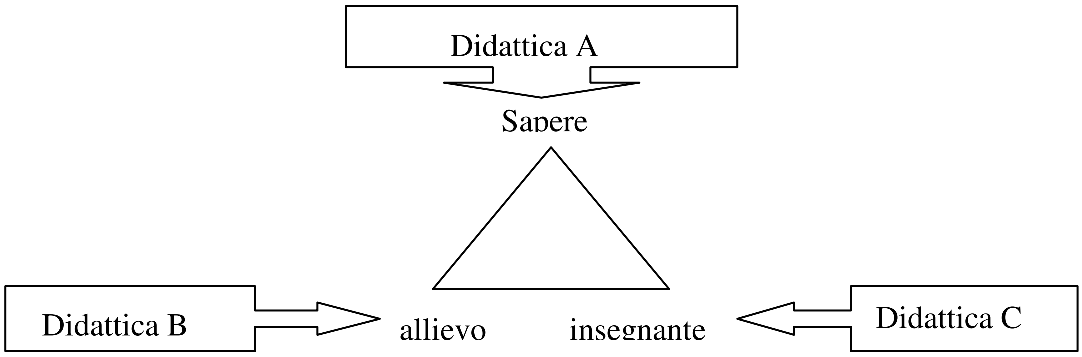
NRD, Dipartimento di Matematica, Università di Bologna, Italia
Facoltà di Scienza della Formazione, Università di Bolzano, Italia
Alta Scuola Pedagogica, Locarno, Svizzera
MESCUD, Università Distrital "F. José de Caldas", Bogotà, Colombia

Vent'anni fa la ricerca in Didattica della matematica ha messo a disposizione, prima dei ricercatori e poi degli insegnanti (attraverso una profonda opera di diffusione tramite riviste, libri e convegni), i concetti di "*trasposizione didattica*" (Chevallard, 1985) e di "*ostacoli*" (Brousseau, 1983) (per tutti i termini tecnici di didattica della matematica, consiglio D'Amore, 1999, che non citerò più esplicitamente).
Con "trasposizione didattica", intendo quel processo creativo e complesso che vede protagonista l'insegnante che agisce sul Sapere per trasformarlo in un sapere da insegnare adatto all'allievo (per molte osservazioni analitiche e critiche, basate su esempi specifici, si può vedere Fandiño Pinilla, 2002).
Con "ostacolo" intendo qualsiasi cosa si frapponga alla costruzione del sapere da parte dell'allievo, sapere auspicato dall'insegnante, impegnati entrambi in un'azione di insegnamento; seguendo la strada aperta da Guy Brousseau fin dagli anni '70, si usa oramai distinguere fra tre tipologie di ostacoli, quelli ontogenetici che hanno origine nell'allievo, quelli didattici che hanno origine nelle scelte didattiche e metodologiche dell'insegnante, quelli epistemologici che devono la loro esistenza a fatti intrinseci alla matematica stessa (tale distinzione è stata messa in relazione con il "triangolo della didattica" in D'Amore, 2003).
Come capita a qualsiasi idea scientifica, negli ultimi anni si è sviluppata una critica ad alcune di queste posizioni, per esempio a quella di ostacolo epistemologico, per esempio da parte di Luis Radford; ma non sempre queste critiche sono demolitrici e si limitano semplicemente, a mio parere, a mostrare punti di vista più moderni e più analitici (a conferma di ciò, si veda l'interessante discussione a questo proposito, in D'Amore, Radford, Bagni, 2006).
Dopo aver dedicato tutto il suo tempo tra gli anni '60 e gli '80 a studiare i processi di insegnamento,[1] la successiva didattica della matematica negli anni tra gli '80 ed il 2000 ha cominciato ad affrontare quella che venne chiamata *epistemologia dell'apprendimento*.[2]
In questa direzione sono stati fatti innumerevoli studi in tutto il mondo che hanno mostrato la differenza tra le attese-speranze dell'insegnante ed i risultati della sua azione di classe in termini di apprendimento.
Per esempio, in Fandiño Pinilla (2005) mostro l'enorme differenza che c'è tra un'azione didattica assai consolidata in tutto il mondo sul tema "frazioni" (che si inizia nella scuola primaria e cessa solo al termine delle superiori) ed i risultati che si riscontrano nella effettiva costruzione concettuale da parte degli studenti.

---

[1] Tanto che in D'Amore, 1999, venne indicata come *Didattica A*, dove A sta per "ars docendi".
[2] Ed indicata come *Didattica B* (nel senso che B *segue* A).

I risultati di ricerca nella Didattica B sono stati moltissimi e di grande successo; essi hanno rivelato al mondo della scuola militante quanto importante sia studiare i processi di apprendimento con dettagli tecnici di grande rilevanza. Molti dei fenomeni che una volta non avevano spiegazione, oggi l'hanno.
Ma la ricerca va avanti, deve andare avanti, è bene che vada avanti.
E così, da qualche tempo la ricerca, dopo aver studiato il Sapere e poi gli allievi, ha cominciato ad occuparsi di coloro che sono i veri artefici dell'attività in aula, coloro che ne hanno la responsabilità culturale, civile e umana: gli insegnanti.
Basti pensare che, al termine di un'attività che ha avuto successo nella costruzione di un concetto, in "situazione a-didattica" (altra geniale idea teorico-empirica di Brousseau), dunque senza un intervento diretto esplicito dell'insegnante, gli studenti si sentono obbligati a chiedergli una "istituzionalizzazione della conoscenza acquisita" (altro termine tecnico della Didattica B).
Questa nuova recentissima evoluzione sta creando studi che D'Amore non ha esitato a chiamare di Didattica C (2006, da dove traggo il seguente schema), trovando un impianto teorico opportuno ancora una volta nel cosiddetto triangolo della didattica (analizzato in D'Amore, Fandiño Pinilla, 2002):

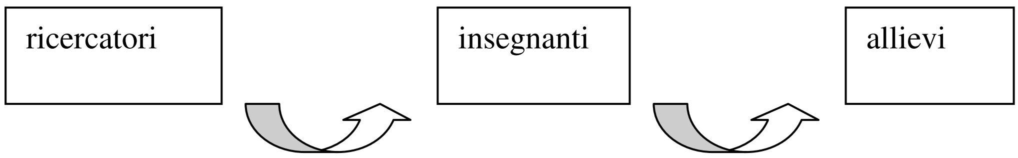


Molti ricercatori, anche del NRD di Bologna, hanno dunque cominciato ad occuparsi delle convinzioni degli insegnanti (D'Amore, Fandiño Pinilla, 2004, 2005; Sbaragli, 2004, 2006; Campolucci, Maori, Fandiño Pinilla, Sbaragli, 2006; …).
Fra tutti questi, spiccano per interesse concreto, immediatamente applicabile alla vita di classe, i lavori sulle convinzioni degli insegnanti sulle frazioni (Fandiño Pinilla, 2005; Campolucci, Maori, Fandiño Pinilla, Sbaragli, 2006) e su area e perimetro (D'Amore, Fandiño Pinilla, 2005).

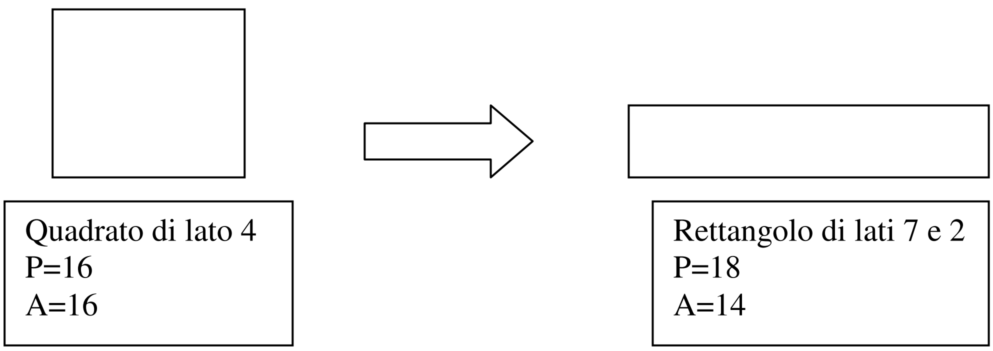
Frazioni
Colpisce molto che gli insegnanti (non solo di scuola primaria) che leggono il libro citato o che seguono corsi di formazione (iniziale o in servizio) dichiarino sinceramente ed esplicitamente di non aver mai realizzato nella loro mente il seguente fatto: che tra la facile definizione di frazione (che viene dapprima proposta in III primaria e poi, sostanzialmente identica, in I media) e le successive interpretazioni del termine "frazione", ci sia una incredibile distanza. Molti appaiono sorpresi di scoprire che nella stessa "definizione", da sempre appresa e ripetuta acriticamente, vi sono pretesi termini che poi non resisteranno alle diverse successive applicazioni (come l'aggettivo "uguale" quando si parla di "parti uguali"). Molti appaiono sorpresi di scoprire che, nelle successive applicazioni di tale "definizione", vi siano situazioni che sono tra loro in evidente contraddizione (per esempio, sono in contraddizione la somma: $\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{ad+cb}{bd}$ richiesta in generale e la somma $\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{a+c}{b+d}$ che funziona perfettamente nel caso in cui le frazioni sono interpretate come punteggi).
Colpisce molto che gli insegnanti dichiarino sinceramente che, pur avendo sotto gli occhi da anni l'evidente insuccesso apprenditivo dei propri allievi, lo hanno sempre considerato ineluttabile,

senza possibile rimedio. E ciò perché il rimedio deve sfruttare gli strumenti messi a disposizione della ricerca in Didattica B, che essi stessi dichiarano di ignorare, ma non per questo sentono la spinta ad apprendere.
In queste condizioni,
come fare *trasposizione didattica* da un Sapere che non c'è (le frazioni, i numeri razionali) ad un sapere da insegnare che si sa essere fallimentare e già minato in partenza?
Come evitare *ostacoli didattici*, se le modalità didattiche che si stanno per scegliere ricadono in quelle consuete che hanno evidentemente già fallito in precedenza, con noi stessi come allievi e con i nostri allievi nel passato?

Area e perimetro
In questa ricerca, i soggetti sottoposti per ultimi alle prove erano gli studenti; prima di loro, i loro stessi insegnanti; prima di loro, i nostri generosi disponibili simpatici ricercatori.



Basta leggere l'articolo per vedere come le difficoltà riscontrate alla fine negli studenti, sono le stesse riscontrate nei loro insegnanti e, prima ancora, sinceramente ammesse dai nostri ricercatori.
Per esempio, se abbiamo un poligono di perimetro P ed area A, aumentando P, che cosa succede ad A? Da millenni, la risposta spontanea tipica data da studenti ed adulti è: aumentando P, aumenterà anche A.
Per cui, di fronte ad una trasformazione come la seguente, molti adulti, insegnanti compresi, restano stupiti, come la nostra ricerca mostra.



E questo non è che un esempio…
In queste condizioni,
come fare *trasposizione didattica* da un Sapere che non c'è (relazioni tra area e perimetro, isoperimetria, equiestensione) ad un sapere da insegnare che si sa essere fallimentare e già minato in partenza?
Come evitare *ostacoli didattici*, se le modalità didattiche che si stanno per scegliere ricadono in quelle consuete che hanno evidentemente già fallito in precedenza, con noi stessi come allievi e con i nostri allievi nel passato?

È vero, ci si può appellare al fatto oggettivo che entrambi gli esempi scelti sono riconosciuti come ostacoli epistemologici, dunque risiedono nella matematica stessa… Ma… Se non abbiamo la possibilità di compiere trasposizione didattica da un Sapere che non c'è, di conseguenza le scelte metodologiche e di contenuto sono fallimentari e vuote:

quel che trasmettiamo agli allievi è quel che siamo e sappiamo noi,

inevitabile realtà.

Tutto ciò deve, dovrebbe, spingerci, come farebbe un qualsiasi professionista onesto e serio, a imparare quel che non sappiamo, a metterci in gioco, ad "osare". Fino ad oggi questo verbo, in Didattica B, era stato riservato allo studente che accetta di rompere il contratto didattico (altra geniale idea di Brousseau) per costruire apprendimento (Sarrazy, 1995); ma ora comincio a vederlo applicato all'insegnante, in Didattica C: d'altra parte, come potremmo pretendere dallo studente che "osi", se non siamo disposti, in prima istanza, a farlo noi?

Citazioni bibliografiche

Brousseau G. (1983). Les obstacles épistémologiques et les problèmes en mathematiques. *Recherches en didactique des mathématiques*. 4, 3, 165-198.

Campolucci L., Maori D., Fandiño Pinilla M.I., Sbaragli S. (2006). Cambi di convinzione sulla pratica didattica concernente le frazioni. Una learning story basata su una ricerca – azione di gruppo e sua influenza sulle decisioni relative alla trasposizione didattica. *La matematica e la sua didattica*. 3. In corso di stampa.

Chevallard Y. (1985). *La transposition didactique. Du savoir savant au savoir enseigné*. Grenoble: La Pensée Sauvage.

D'Amore B. (1999). *Elementi di didattica della matematica*. Bologna: Pitagora.

D'Amore B. (2003). *Le basi filosofiche, pedagogiche, epistemologiche e concettuali della didattica della matematica.*. Bologna: Pitagora.

D'Amore B. (2006). Didattica della matematica "C". In: Sbaragli S. (ed.) (2006). La Matematica e la sua Didattica, vent'anni di impegno. Atti del Convegno Internazionale omonimo, Castel San Pietro Terme, 23 09 2006.. Bologna: Pitagora. Pagine.

D'Amore B., Fandiño Pinilla MI. (2002). Un acercamiento analitico al "triángulo de la didáctica". *Educación Matemática*. México DF, México. 14, 1, 48-61.

D'Amore B., Fandiño Pinilla M.I. (2004). Cambi di convinzione in insegnanti di matematica di scuola secondaria superiore in formazione iniziale. *La matematica e la sua didattica*. 3, 27-50.

D'Amore B., Fandiño Pinilla M.I. (2005). Relazioni tra area e perimetro: convinzioni di insegnanti e studenti. *La matematica e la sua didattica*. 2, 165-190.

D'Amore B., Radford L., Bagni G. (2006). Ostacoli epistemologici e prospettiva socio-culturale. *L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate*. In corso di stampa.

Fandiño Pinilla M.I. (2002). *Curricolo e valutazione in matematica*. Bologna: Pitagora.

Fandiño Pinilla M.I. (2005). *Le frazioni. Aspetti concettuali e didattici*. Bologna: Pitagora.

Sarrazy B. (1995). Le contrat didactique. *Revue française de pédagogie*. 112, 85-118. [Versione italiana, 1998: *La matematica e la sua didattica*, 2, 132-175].

Sbaragli S. (2004). *Le convinzioni degli insegnanti sull'infinito matematico*. Tesi di Dottorato di Ricerca. Università Komenského di Bratislava, direttore: Ivan Treskansky, advisor: Bruno D'Amore. Versione in italiano e in inglese nel sito: http://math.unipa.it/~grim/tesi_it.htm

Sbaragli S. (2006). Primary School Teachers' beliefs and change of beliefs on Mathematical Infinity. In corso di referee.